20

数

学

数　　学

注　　意

1 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までで，5ページにわたって印刷してあります。

2 検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3 声を出して読んではいけません。

4 計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5 答えはすべて解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

6 答えを直すときは，きれいに消してから，新しい答えを書きなさい。

7 **受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $4-8\times\left(-\frac{1}{2}\right)$ を計算せよ。

〔問2〕 $5a+9b-3(a+4b)$ を計算せよ。

〔問3〕 $(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})$ を計算せよ。

〔問4〕 一次方程式 $x-6=8x+1$ を解け。

〔問5〕 連立方程式 $\begin{cases} y=x-3 \\ 5x-6y=9 \end{cases}$ を解け。

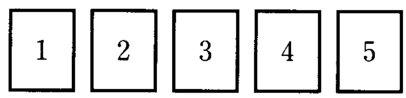
〔問6〕 二次方程式 $x^2+4x=0$ を解け。

〔問7〕 右の**図1**のように，1，2，3，4，5の数字を1つずつ書いた5枚のカードがある。

この5枚のカードから同時に2枚のカードを取り出すとき，取り出した2枚のカードに書いてある数が，1つは偶数で1つは奇数である確率を求めよ。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

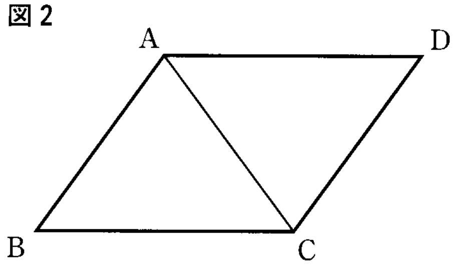
図1



〔問8〕 右の**図2**で，四角形ＡＢＣＤは，平行四辺形である。

ＡＢ＝ＡＣ，$\angle$ＡＢＣ＝54°のとき，$\angle$ＡＣＤの大きさは何度か。

図2

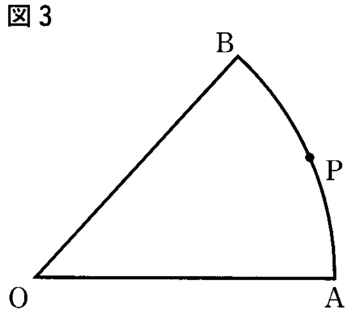


〔問9〕 右の**図3**で，点Ｐはおうぎ形ＯＡＢの$\overset{\frown}{\text{AB}}$上にある点で，$\overset{\frown}{\text{AP}}=\overset{\frown}{\text{BP}}$である。

解答欄に示した図をもとにして，点Ｐを定規とコンパスを用いて作図によって求めよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図3



2 ある中学校の数学の授業で，Ｓさんがつくった問題を皆で考えた。次の各問に答えよ。

［Ｓさんがつくった問題］

連続する３つの自然数を考え，小さい方から順に２つの自然数の和を求める式を左辺，残りの１つの自然数を右辺とし，両辺が等しくなる場合を１番目の等式とする。

次に，１番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が１つずつ増えるように，連続する５つの自然数を考え，小さい方から順に３つの自然数の和を求める式を左辺，残りの２つの自然数の和を求める式を右辺とし，両辺が等しくなる場合を２番目の等式とする。

さらに，２番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が１つずつ増えるように，連続する７つの自然数を考え，小さい方から順に４つの自然数の和を求める式を左辺，残りの３つの自然数の和を求める式を右辺とし，両辺が等しくなる場合を３番目の等式とする。

このとき，１番目の等式，２番目の等式，３番目の等式は次のようになる。

$1+2=3$ ………… １番目の等式

$4+5+6=7+8$ ………… ２番目の等式

$9+10+11+12=13+14+15$ ………… ３番目の等式

同様に，４番目以降の等式をつくることができる。５番目の等式をつくってみよう。

〔問１〕［Ｓさんがつくった問題］で，５番目の等式において，連続する自然数のうち，もっとも小さい自然数と，もっとも大きい自然数をそれぞれ求めよ。

先生は，［Ｓさんがつくった問題］をもとにして，次の問題をつくった。

［先生がつくった問題］

連続する３つの自然数を考え，小さい方から順に２つの自然数をそれぞれ２乗した和を求める式を左辺，残りの１つの自然数の２乗を右辺とし，両辺が等しくなる場合を１番目の等式とする。１番目の等式は　$3^2+4^2=5^2$　となる。

次に，１番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が１つずつ増えるように，連続する５つの自然数を考え，小さい方から順に３つの自然数をそれぞれ２乗した和を求める式を左辺，残りの２つの自然数をそれぞれ２乗した和を求める式を右辺とし，両辺が等しくなる場合を２番目の等式とする。２番目の等式をつくってみよう。

Ｔさんは，［先生がつくった問題］で，２番目の等式を次の形の式で表し，$\boxed{}$ の中に連続する５つの自然数を当てはめた。Ｔさんの答えは正しかった。

<Ｔさんの答え>　$\boxed{}^2+\boxed{}^2+\boxed{}^2=\boxed{}^2+\boxed{}^2$

〔問２〕<Ｔさんの答え>の $\boxed{}$ に当てはまる自然数のうち，もっとも小さい自然数を求めよ。

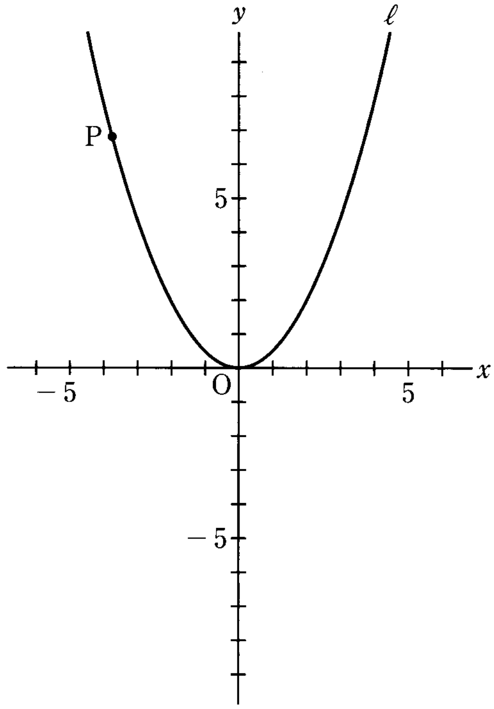
ただし，もっとも小さい自然数を n とおき，解答欄には答えだけではなく，答えを求める過程がわかるように途中の式や計算なども書け。

3 右の**図1**で，点Oは原点，曲線ℓは関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$のグラフを表している。

曲線ℓ上にある点をPとする。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 点Pのx座標をa，y座標をbとする。

aのとる値の範囲が$-3 \leqq a \leqq 1$のとき，bのとる値の範囲を不等号を使って，

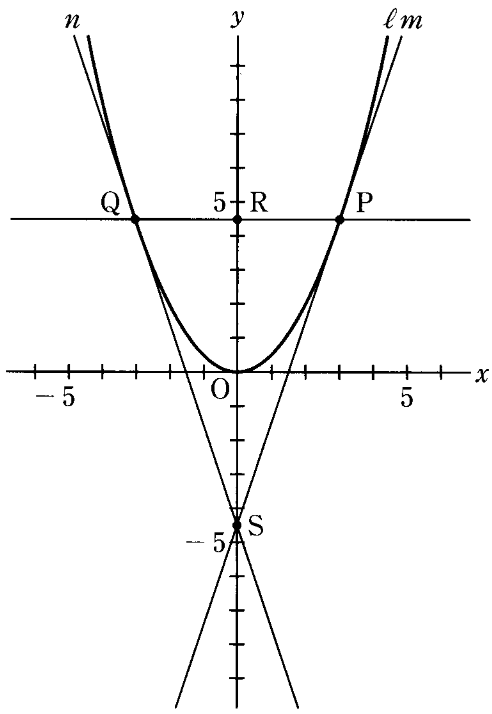
$\boxed{} \leqq b \leqq \boxed{}$

で表せ。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，点Pのx座標が正の数のとき，点Pを通りx軸に平行な直線をひき，曲線ℓとの交点のうちx座標が負の数である点をQ，y軸との交点をR，x軸を対称の軸として点Rと線対称な点をSとし，2点P，Sを通る直線をm，2点Q，Sを通る直線をnとした場合を表している。

次の①，②に答えよ。

図2



① 直線mが点$(0,\ -8)$を通るとき，点Pの座標を求めよ。

② 2点O，Pを通る直線と直線nとの交点をTとした場合を考える。

点Pのx座標が2のとき，線分QTの長さと線分TSの長さの比をもっとも簡単な整数の比で表せ。

4 右の**図1**で，△ＡＢＣは正三角形である。

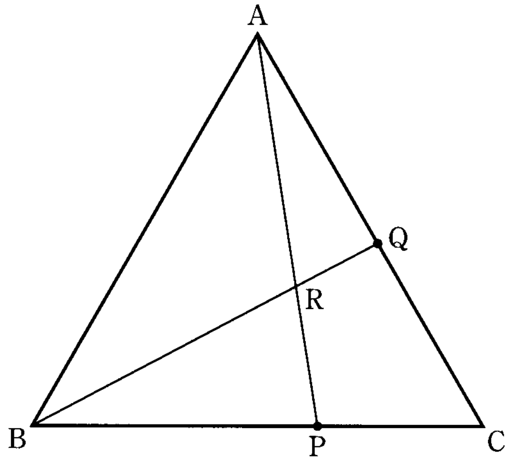
点Ｐは辺ＢＣ上にある点で，頂点Ｂ，頂点Ｃのいずれにも一致しない。

点Ｑは辺ＡＣ上にある点で，頂点Ａ，頂点Ｃのいずれにも一致しない。

頂点Ａと点Ｐを結んだ線分と，頂点Ｂと点Ｑを結んだ線分との交点をＲとする。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 **図1**において，∠ＣＢＱ＝40°，∠ＢＡＰ＝a°とするとき，鋭角である∠ＡＲＱの大きさをaを用いた式で表せ。

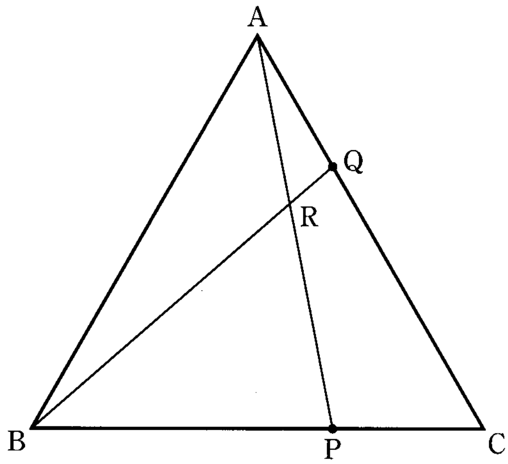
〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，ＣＰ＝ＡＱの場合を表している。

次の①，②に答えよ。

① △ＡＰＣ ≡ △ＢＱＡ であることを証明せよ。

② ＡＢ＝８cm，ＢＰ＝５cm のとき，線分ＡＲの長さは何 cm か。

図2



5 右の**図1**に示した立体 ABCD－EFGH は，1辺の長さが10 cm の立方体である。

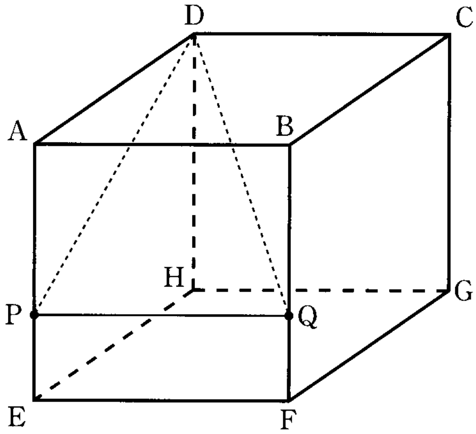
点Pは，頂点Aを出発し，辺AE，辺EF上を，毎秒1 cm の速さで動き，20秒後に頂点Fに到着する。

点Qは，点Pが頂点Aを出発するのと同時に頂点Bを出発し，辺BF，辺FG上を，点Pと同じ速さで動き，20秒後に頂点Gに到着する。

頂点Dと点P，頂点Dと点Q，点Pと点Qをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 点Pが頂点Aを出発してから6秒後のとき，△DPQの面積は何 cm^2 か。
ただし，答えに根号がふくまれるときは，根号をつけたままで表せ。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，点Pが辺EF上にあるとき，頂点Hと点P，頂点Hと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。

立体 D−HPQ の体積が125 cm^3 となるのは，点Pが頂点Aを出発してから何秒後か。

図2