

大問 2 Kさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

[先生が示した問題]

一の位の数 $\bar{0}$ でない 2 けたの自然数 P について、 P の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数を Q とする。

P と Q をたした値を R , P の各位の数の和と Q の各位の数の和をたした値を S とし、 $R - S$ の値を考える。

例えば、 $P = 71$ のとき、 $Q = 17$ であり、 $R = 71 + 17 = 88$,

$S = (7 + 1) + (1 + 7) = 16$ となる。

このとき、 $R - S = 88 - 16 = 72$ である。

P の各位の数の和が 10 のとき、 $R - S$ の値を求めなさい。

問 1 次の 中の「う」「え」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

[先生が示した問題] で、 P の各位の数の和が 10 のとき、

$R - S$ の値は うえ である。

Kさんのグループは、[先生が示した問題] をもとにして、次の問題を作った。

[Kさんのグループが作った問題]

一の位の数 $\bar{0}$ でない 3 けたの自然数 X について、 X の百の位の数と一の位の数を入れかえてできる数を Y とする。

X と Y をたした値を Z , X の各位の数の和と Y の各位の数の和をたした値を W とし、 $Z - W$ の値を考える。

例えば、 $X = 142$ のとき、 $Y = 241$ であり、 $Z = 142 + 241 = 383$,

$W = (1 + 4 + 2) + (2 + 4 + 1) = 14$ となる。

このとき、 $Z - W = 383 - 14 = 369$ であり、9 の倍数となる。

また、 $X = 513$ のとき、 $Y = 315$ であり、 $Z = 513 + 315 = 828$,

$W = (5 + 1 + 3) + (3 + 1 + 5) = 18$ となる。

このとき、 $Z - W = 828 - 18 = 810$ であり、9 の倍数となる。

一の位の数 $\bar{0}$ でない 3 けたの自然数 X について、 $Z - W$ の値が 9 の倍数となることを確かめてみよう。

問 2 [Kさんのグループが作った問題] で、一の位の数 $\bar{0}$ でない 3 けたの自然数 X について、 X の百の位の数 a , 十の位の数 b , 一の位の数 c とし、 X , Y をそれぞれ a , b , c を用いた式で表し、 $Z - W$ の値が 9 の倍数となることを証明せよ。

大問 2

Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔先生が示した問題〕

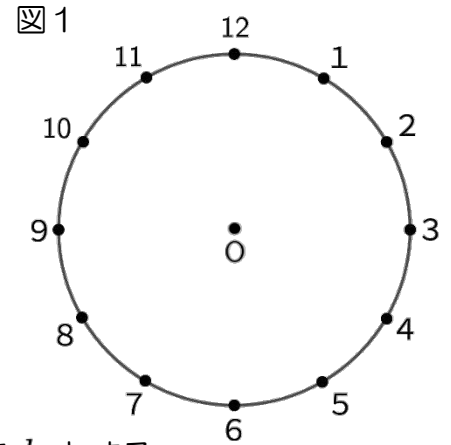
右の図 1 のように、円Oの円周を12等分する点に、
1から12までの自然数の番号を、小さい順で時計回りに付ける。
1から12までの番号を付けた点のうち、2点を
結んでできる線分が円Oの直径となるとき、その2点を
向かい合う点とする。

例えば、1の点と7の点は、向かい合う点である。

図 1 において、1組の向かい合う点を選び、

それぞれの点の番号のうち、小さい方の数を a , 大きい方の数を b とする。

a , b の平均値をA, $b^2 - a^2$ の値をBとすると、BはAの何倍か求めなさい。



問1 〔先生が示した問題〕で、BはAの 倍と表すとき、 に
当てはまる数を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

ア 3 イ 4 ウ 6 エ 12

Sさんのグループは、〔先生が示した問題〕をもとにして、次の問題を作った。

〔Sさんのグループが作った問題〕

右の図 2 のように、円Oの円周を24等分する点に、
1から24までの自然数の番号を、
小さい順で時計回りに付ける。

1から24までの番号を付けた点のうち、
2点を結んでできる線分が円Oの直径となるとき、
その2点を 向かい合う点とする。

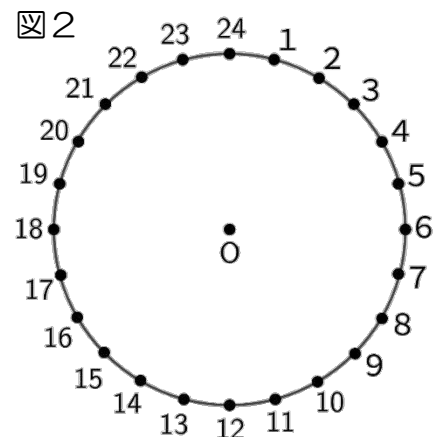
図 2 において、異なる2組の向かい合う点を選び、

1組目のそれぞれの点の番号のうち、小さい方の数を a , 大きい方の数を b とし、

2組目のそれぞれの点の番号のうち、小さい方の数を c , 大きい方の数を d とする。

a , b , c , d の平均値をP, $bd - ac$ の値をQとすると、

$Q = 24P$ となることを確かめてみよう。



問2 〔Sさんのグループが作った問題〕で、 $Q = 24P$ となることを証明せよ。

大問2 Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

【先生が示した問題】

a, b を正の数とする。

右の図1で、 $\triangle ABC$ は、 $\angle BAC = 90^\circ$,

$AB = a$ cm, $AC = b$ cm の直角三角形である。

右の図2に示した四角形AEDCは、図1において、

辺BCをBの方向に延ばした直線上にあり

$BC = BD$ となる点をDとし、 $\triangle ABC$ を頂点Bが点Dに

一致するように平行移動させたとき、頂点Aが移動した点をEとし、

頂点Aと点E、点Dと点Eをそれぞれ結んでできた台形である。

四角形AEDCの面積は、 $\triangle ABC$ の面積の何倍か求めなさい。

図1

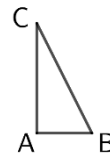
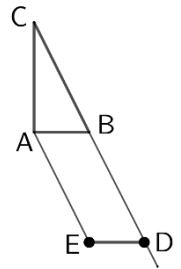


図2



問1 次の の中の「う」に当てはまる数字を答えよ。

【先生が示した問題】で、四角形AEDCの面積は、 $\triangle ABC$ の面積の 倍である。

Sさんのグループは、【先生が示した問題】をもとにして、次の問題を作った。

【Sさんのグループが作った問題】

a, b, x を正の数とする。

右の図3に示した四角形AGHCは、図1において、

辺ABをBの方向に延ばした直線上にある点をFとし、

$\triangle ABC$ を頂点Aが点Fに一致するように平行移動させたとき、

頂点Bが移動した点をG、頂点Cが移動した点をHとし、

頂点Cと点H、点Gと点Hをそれぞれ結んでできた台形である。

右の図4に示した四角形ABJKは、図1において、

辺ACをCの方向に延ばした直線上にある点をIとし、

$\triangle ABC$ を頂点Aが点Iに一致するように平行移動させたとき、

頂点Bが移動した点をJ、頂点Cが移動した点をKとし、

頂点Bと点J、点Jと点Kをそれぞれ結んでできた台形である。

図3において、線分AFの長さが辺ABの長さの x 倍となるとき

四角形AGHCの面積と、図4において、

線分AIの長さが辺ACの長さの x 倍となるとき

四角形ABJKの面積が等しくなることを確かめてみよう。

図3

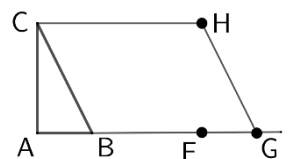


図4



問2 【Sさんのグループが作った問題】で、四角形AGHCの面積と四角形ABJKの面積を、それぞれ a, b, x を用いた式で表し、四角形AGHCの面積と四角形ABJKの面積が等しくなることを証明せよ。

大問2 Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔先生が示した問題〕

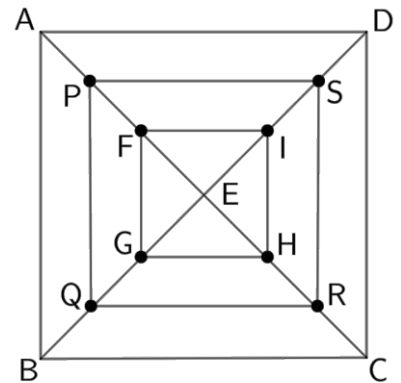
a, b を正の数とし、 $a > b$ とする。右の図1で、
四角形ABCDは、1辺の長さが a cmの正方形である。
頂点Aと頂点C、頂点Bと頂点Dをそれぞれ結び、線分ACと
線分BDとの交点をEとする。線分AE上にあり、頂点A、
点Eのいずれにも一致しない点をFとする。

線分BE、線分CE、線分DE上にあり、
 $EF = EG = EH = EI$ となる点をそれぞれG, H, Iとし、
点Fと点G、点Fと点I、点Gと点H、点Hと点Iをそれぞれ結ぶ。

線分AF、線分BG、線分CH、線分DIの中点をそれぞれP, Q, R, Sとし、点Pと
点Q、点Pと点S、点Qと点R、点Rと点Sをそれぞれ結ぶ。

線分FGの長さを b cm、四角形PQRSの周の長さを ℓ cmとするとき、 ℓ を a, b を
用いた式で表しなさい。

図1



問1 〔先生が示した問題〕で、 ℓ の値を a, b を用いて $\ell = \boxed{} \text{ cm}$ と表すとき、
 $\boxed{}$ に当てはまる式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

- ア $2a + 2b$ イ $\frac{a+b}{2}$ ウ $\frac{a-b}{2}$ エ $2a - 2b$

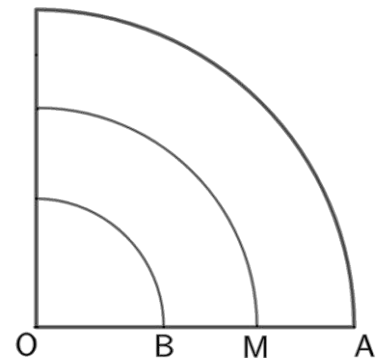
Sさんのグループは、〔先生が示した問題〕をもとにして、次の問題を考えた。

〔Sさんのグループが作った問題〕

a, b を正の数とし、 $a > b$ とする。右の図2は、線分OA
上にあり、点O、点Aのいずれにも一致しない点をB、線分AB
の中点をMとし、線分OA、線分OB、線分OMを、それぞれ
点Oを中心に反時計回りに 90° 回転移動させてできた図形である。

図2において、線分OAの長さを a cm、線分OBの長さを
 b cm、線分OMを半径とするおうぎ形の弧の長さを ℓ cm、
線分OAを半径とするおうぎ形から、線分OBを半径とするおうぎ形を除いた残りの図形の
面積を $S \text{ cm}^2$ とするとき、 $S = (a - b)\ell$ となることを確かめてみよう。

図2



問2 〔Sさんのグループが作った問題〕で、 ℓ を a, b を用いた式で表し、
 $S = (a - b)\ell$ となることを証明せよ。ただし、円周率は π とする。

大問2 Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔先生が示した問題〕

2桁の自然数Pについて、Pの一の位の数から十の位の数へひいた値をQとし、 $P - Q$ の値を考える。

例えば、 $P = 59$ のとき、 $Q = 9 - 5 = 4$ となり、 $P - Q = 59 - 4 = 55$ となる。

$P = 78$ のときの $P - Q$ の値から、 $P = 41$ のときの $P - Q$ の値をひいた差を求めなさい。

問1 次の え , お 当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

〔先生が示した問題〕で、 $P = 78$ のときの $P - Q$ の値から、 $P = 41$ のときの $P - Q$ の値をひいた差は、えお である。

Sさんのグループは、〔先生が示した問題〕をもとにして、次の問題を考えた。

〔Sさんのグループが作った問題〕

3桁の自然数Xについて、Xの一の位の数から十の位の数へひき、百の位の数へたした値をYとし、 $X - Y$ の値を考える。

例えば、 $X = 129$ のとき、 $Y = 9 - 2 + 1 = 8$ となり、
 $X - Y = 129 - 8 = 121$ となる。

また、 $X = 284$ のとき、 $Y = 4 - 8 + 2 = -2$ となり、
 $X - Y = 284 - (-2) = 286$ となる。

どちらの場合も $X - Y$ の値は11の倍数となる。

11桁の自然数Xについて、 $X - Y$ の値が11の倍数となることを確かめてみよう。

問2 〔Sさんのグループが作った問題〕で、3桁の自然数Xの百の位の数 a ,
 十の位の数 b , 一の位の数 c とし、X, Yをそれぞれ a, b, c を用いた式で表し、 $X - Y$ の値が11の倍数となることを証明せよ。

大問2 Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔先生が示した問題〕

a を正の数、 n を自然数とする。右の図1のように、1辺の長さが $2a$ cmの正方形に、各辺の中点を結んでできた四角形を描いたタイルがある。正方形と描いた四角形で囲まれてできる、 で示された部分の面積について考える。

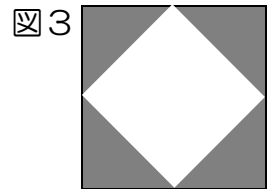
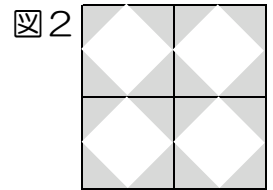
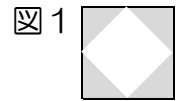


図1のタイルが縦と横に n 枚ずつ正方形になるように、このタイルを並べて敷き詰める。右の図2は、 $n=2$ の場合を表している。

図1のタイルを縦と横に n 枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形で、 で示される部分の面積を P cm^2 とする。

また、図1のタイルと同じ大きさのタイルを縦と横に n 枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形と同じ大きさの正方形で、各辺の中点を結んでできる四角形を描いた別のタイルを考える。右の図3は、 $n=2$ の場合を表している。

図1と同様に、正方形と描いた四角形で囲まれてできる部分を  で示し、その面積を Q cm^2 とする。

$n=5$ のとき、 P と Q をそれぞれ a を用いて表しなさい。

問1 次の ① , ② に当てはまる式を、下のア～エのうちからそれぞれ選び、記号で答えよ。

〔先生が示した問題〕で、 $n=5$ のとき、 P と Q をそれぞれ a を用いて表すと、

$P =$ ① , $Q =$ ② となる。

- | | | | | |
|---|---------------------|-----------|-----------|------------|
| ① | ア $\frac{25}{2}a^2$ | イ $50a^2$ | ウ $75a^2$ | エ $100a^2$ |
| ② | ア $\frac{25}{2}a^2$ | イ $25a^2$ | ウ $50a^2$ | エ $75a^2$ |

Sさんのグループは、〔先生が示した問題〕をもとにして、正方形のタイルの内部に描いた四角形を円に変え、正方形と描いた円で囲まれてできる部分の面積を求める問題を考えた。

〔Sさんのグループが作った問題〕

a を正の数、 n を自然数とする。

右の図4のように、1辺の長さが $2a$ cmの正方形に、各辺に接する円を描いたタイルがある。正方形と描いた円で囲まれてできる、 で示された部分の面積について考える。

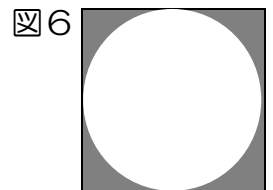
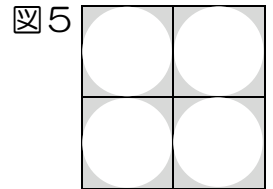
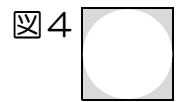


図4のタイルが縦と横に n 枚ずつ正方形になるように、このタイルを並べて敷き詰める。右の図5は、 $n=2$ の場合を表している。

図4のタイルを縦と横に n 枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形で、 で示される部分の面積を X cm^2 とする。また、図4のタイルと同じ大きさのタイルを縦と横に n 枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形と同じ大きさの正方形で、各辺に接する円を描いた別のタイルを考える。右の図6は、 $n=2$ の場合を表している。図4と同様に、正方形と描いた円で囲まれてできる部分を  で示し、その面積を Y cm^2 とする。

図4のタイルが縦と横に n 枚ずつ並び正方形になるように、このタイルを敷き詰めて、正方形と円で囲まれてできる部分の面積 X 、 Y をそれぞれ考えるとき、 $X=Y$ となることを確かめてみよう。

問2 〔Sさんのグループが作った問題〕で、 X 、 Y をそれぞれ a 、 n を用いた式で表し、 $X=Y$ となることを証明せよ。ただし、円周率は π とする。

大問2 Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔先生が示した問題〕

a, b, h を正の数とし、
 $a > b$ とする。

右の図1は、点O、点Pをそれぞれ底面となる円の中心とし、2つの円の半径がともに a cmであり、四角形ABCDは $AB = h$ cmの長方形で、四角形ABCDが側面となる円柱の展開図である。

右の図2は、点Q、点Rをそれぞれ底面となる円の中心とし、2つの円の半径がともに b cmであり、四角形EFGHは $EF = h$ cmの長方形で、四角形EFGHが側面となる円柱の展開図である。

図1を組み立ててできる円柱の体積を X cm³、図2を組み立ててできる円柱の体積を Y cm³ とするとき、 $X - Y$ の値を a, b, h を用いて表しなさい。

図1

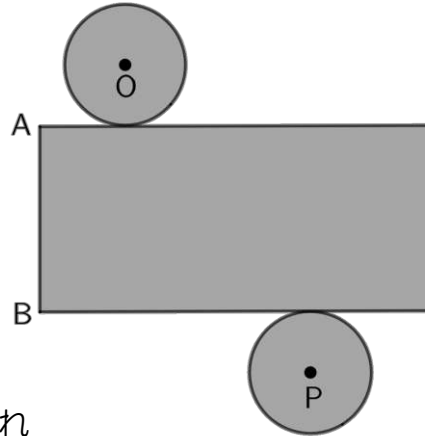
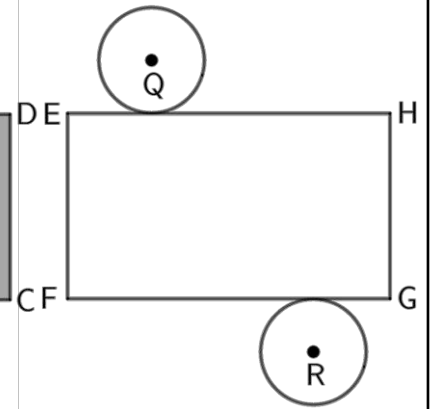


図2



- ① 〔先生が示した問題〕で、 $X - Y$ の値を a, b, h を用いて、
 $X - Y = \boxed{}$ と表すとき、 $\boxed{}$ に当てはまる式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。ただし、円周率は π とする。

ア $\pi(a^2 - b^2)h$ イ $\pi(a - b)^2 h$ ウ $2\pi(a - b)h$ エ $\pi(a - b)h$

Sさんのグループは、〔先生が示した問題〕で示された2つの展開図をもとにしてできる長方形が側面となる円柱を考え、その円柱の体積と、 X と Y の和との関係について次の問題を作った。

〔Sさんのグループが作った問題〕

a, b, h を正の数とし、
 $a > b$ とする。

右の図3で、四角形ABGHは、図1の四角形ABCDの辺DCと図2の四角形EFGHの辺EFを一致させ、辺AHの長さが辺ADの長さと辺EHの長さの和となる長方形である。

右の図4のように、図3の四角形ABGHが円柱の側面となるように辺ABと辺HGを一致させ、組み立ててできる円柱を考える。

〔先生が示した問題〕の2つの円柱の体積 X と Y の和を W cm³、図4の円柱の体積を Z cm³ とするとき、 $Z - W = 2\pi abh$ となることを確かめてみよう。

図3

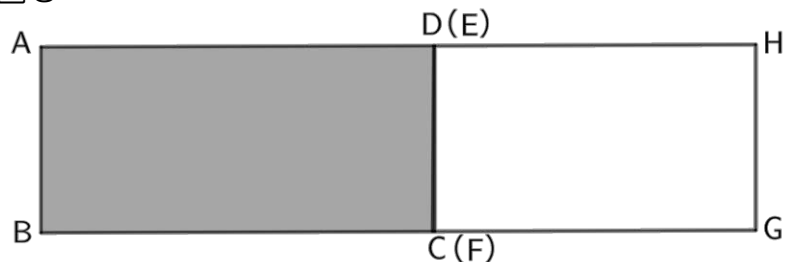
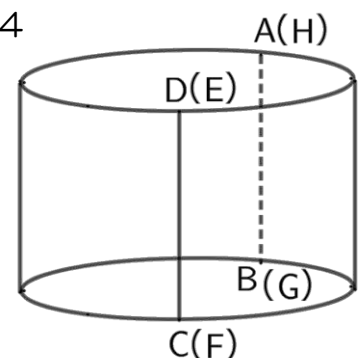


図4

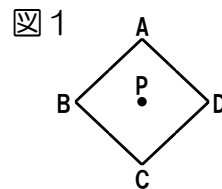


- ② 〔Sさんのグループが作った問題〕で、 $Z - W = 2\pi abh$ となることを証明せよ。ただし、円周率は π とする。

大問2 Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔先生が示した問題〕

a を正の数, n を2以上の自然数とする。右の図1で、四角形ABCDは、1辺 a cm の正方形であり、点Pは、四角形ABCDの2つの対角線の交点である。1辺 a cm の正方形を、次の〔きまり〕に従って、順にいくつか重ねてできる図形の周りの長さについて考える。

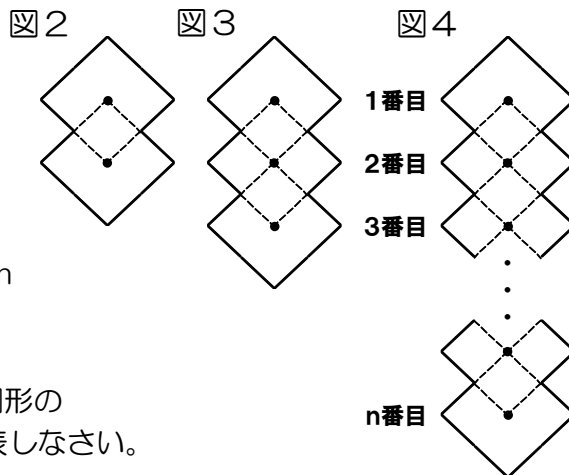


〔きまり〕 次のア～ウを全て満たすように正方形を重ねる。

- ア 重ねる正方形の頂点の1つを、重ねられる正方形の対角線の交点に一致させる。
- イ 重ねる正方形の対角線の交点を、重ねられる正方形の頂点の1つに一致させる。
- ウ 対角線の交点は、互いに一致せず、全て1つの直線上に並ぶようにする。

正方形を順に重ねてできる図形の周りの長さは、右の図に示す太線（—）の部分とし、点線（---）の部分は含まないものとする。例えば右の図2は、2個の正方形を重ねてできた図形であり、周りの長さは、 $6a$ cm となる。右の図3は、3個の正方形を重ねてできた図形であり、周りの長さは $8a$ cm となる。右の図4は、正方形を n 個目まで順に重ねてできた図形を表している。

1辺 a cm の正方形を n 個目まで順に重ねてできた図形の周りの長さを L cm とするとき、 L を a , n を用いて表しなさい。



Sさんは、〔先生が示した問題〕の答えを次の形の式で表した。Sさんの答えは正しかった。

〈Sさんの答え〉 $L = \square$

① 〈Sさんの答え〉の $\square$ に当てはまる式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

ア $4an$

イ $a(n+4)$

ウ $2a(n+2)$

エ $2a(n+1)$

Sさんのグループは、〔先生が示した問題〕をもとにして、正方形を円に変え、合同な円をいくつか重ねてできる図形の周りの長さを求める問題を考えた。

〔Sさんのグループが作った問題〕

ℓ , r を正の数, n を2以上の自然数とする。右の図5で、点Oは、半径 r cm の円の中心である。半径 r cm の円を、次の〔きまり〕に従って、順にいくつか重ねてできる図形の周りの長さについて考える。

図5

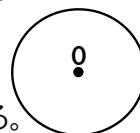
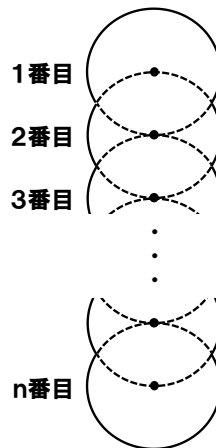


図6



〔きまり〕 次のア、イをともに満たすように円を重ねる。

- ア 重ねる円の周上にある1点を、重ねられる円の中心に一致させる。
- イ 円の中心は、互いに一致せず、全て1つの直線上に並ぶようにする。

右の図6は、円を n 個目まで順に重ねてできた図形を表している。この図形の周りの長さは、太線（—）の部分とし、点線（---）の部分は含まないものとする。

半径 r cm の円を n 個目まで順に重ねてできた図形の周りの長さを M cm, 半径 r cm の円の周の長さを ℓ cm とするとき、 $M = \frac{1}{3}\ell(n+2)$ となることを示してみよう。

② 〔Sさんのグループが作った問題〕で、 $M = \frac{1}{3}\ell(n+2)$ となることを示せ。

大問2 ある中学校で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔Sさんが作った問題〕

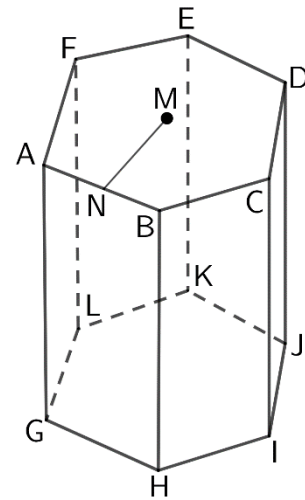
a , b , h を正の数とする。

右の図1に示した立体 $ABCDEF-GHIJKL$ は、
底面が1辺 a cmの正六角形高さが h cm、
6つの側面が全て合同な長方形の正六角柱である。

正六角形 $ABCDEF$ において対角線 AD と
対角線 CF の交点を M 、点 M から辺 AB に垂線を引き、
辺 AB との交点を N とし、線分 MN の長さを b cmとする。

立体 $ABCDEF-GHIJKL$ の表面積を P cm²と
するとき、 P を a , b , h を用いて表してみよう。

図1



Tさんは〔Sさんが作った問題〕の答えを次の形の式で表した。Tさんの答えは正しかった。

〈Tさんの答え〉 $P = 6(\quad)$

① 〈Tさんの答え〉の $\quad$ に当てはまる式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

ア $\frac{1}{2}b + h$

イ $b + h$

ウ $b + 2h$

エ $2b + h$

先生は〔Sさんが作った問題〕をもとにして、次の問題を作った。

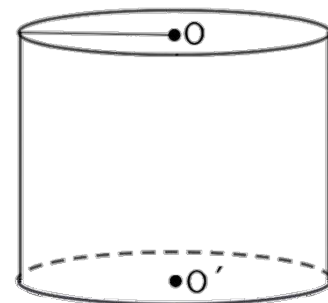
〔先生が作った問題〕

h , ℓ , r を正の数とする。

右の図に示した立体は、底面が半径 r cmの円、
高さが h cmの円柱であり、
2つの底面の中心 O , O' を結んでできる線分は、
2つの底面に垂直である。

この立体について底面の円周を ℓ cm、
表面積を Q cm²とすると、
 $Q = \ell(h + r)$ となることを確かめなさい。

図2



② 〔先生が作った問題〕で、 ℓ を r を用いて表し、 $Q = \ell(h + r)$ となることを証明せよ。
ただし、円周率は π とする。

大問2 ある中学校でSさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔Sさんが作った問題〕

右の図1のように、上から順に、1段目に2個、2段目に3個、3段目に4個と、1段ごとに1個ずつマスを増やし、左端のマスが縦にそろうように10段目まで並べたものを考える。

全ての段の左端のマスに5、右端のマスに-3を入れる。2段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1つ上の段にある真上のマスと、その左隣のマスに入っている2つの数の和を入れる。例えば、2段目の中央のマスには、1段目の-3と1段目の5の和である2が入る。

このとき、10段目にある  で示したマスに入る数を考えてみよう。

なお、図1は、全ての段の左端のマスに5、右端のマスに-3を入れ、両端のマス以外のそれぞれのマスについて、2段目、3段目の順に、3段目まで数を入れた場合を表している。

図1 1段目

2段目

3段目

4段目

⋮

⋮

⋮

10段目

1段目	5	-3								
2段目	5	2	-3							
3段目	5	7	-1	-3						
4段目	5					-3				
⋮										
⋮										
⋮										
10段目	5						⋯			-3

- ① 〔Sさんが作った問題〕で10段目にある  で示したマスに入る数を次のア～エのうちから選び記号で答えよ。

ア -22

イ -19

ウ 37

エ 42

先生は〔Sさんが作った問題〕をもとにして次の問題を作った。

〔先生が作った問題〕

右の図2は、上から順に1段目に2個、2段目に3個、3段目に4個と、1段ごとに1個ずつマスを増やし、左端のマスが縦にそろうように、5段目まで並べたものである。

図3は図2において、全ての段の左端のマスに1、右端のマスに4を入れ、2段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1つ上の段にある真上のマスとその左隣のマスに入っている2つの数の和を入れたものである。

図3のそれぞれの段において、全てのマスに入っている数の和について考えると、

1段目は、 $1+4=5$

2段目は、 $1+5+4=10=5\times 2$

3段目は、 $1+6+9+4=20=5\times 4$

4段目は、 $1+7+15+13+4=40=5\times 8$

5段目は、 $1+8+22+28+17+4=80=5\times 16$ となり、

2段目以降のそれぞれの段において、全てのマスに入っている数の和は、1段目の2個のマスに入っている数の和である5の倍数となっている。

図2において、全ての段の左端のマスに入れる数を a 、右端のマスに入れる数を b とし、2段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに、1つ上の段にある真上のマスとその左隣のマスに入っている2つの数の和を入れるとき、5段目にある6個のマスに入っている数の和は1段目の2個のマスに入っている数の和の16倍となることを確かめなさい。ただし、 a 、 b は自然数とする。

図2

1段目

2段目

3段目

4段目

5段目

1段目						
2段目						
3段目						
4段目						
5段目						

図3

1段目

2段目

3段目

4段目

5段目

1段目	1	4				
2段目	1	5	4			
3段目	1	6	9	4		
4段目	1	7	15	13	4	
5段目	1	8	22	28	17	4

- ② 〔先生が作った問題〕で、5段目にある6個のマスに入っている数をそれぞれ a 、 b を用いた式で表し、5段目にある6個のマスに入っている数の和は、1段目の2個のマスに入っている数の和の16倍となることを証明せよ。

大問2 ある中学校でSさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔Sさんが作った問題〕

右の図1は、「かけ算九九の表」の一部である。

図1において、かけられる数とかける数を除く25個の数の中から、縦と横がともに3マスの正方形の枠を用いて、1マスに1個の数が入るように9個の数を囲むことを考える。

かけられる数	かける数				
	1	2	3	4	5
	1	2	3	4	5
	2	2	4	6	8
	3	3	6	9	12
	4	4	8	12	16
	5	5	10	15	20

かけられる数	かける数				
	1	2	3	4	5
	1	2	3	4	5
	2	2	4	6	8
	3	3	6	9	12
	4	4	8	12	16
	5	5	10	15	20

右の図2は図1において、縦と横がともに3マスの正方形の枠を用いて、四すみのうち、左上の数が2、右上の数が4、左下の数が6、右下の数が12となるように9個の数を囲んだ場合を表している。

囲んだ9個の数の四すみの数について、左上の数と右下の数の和をP、右上の数と左下の数の和をQとしたとき、 $P+Q$ の値が整数の2乗で表される数となる9個の数の囲み方は全部で何通りあるか調べてみよう。

① 次の に当てはまる数字を答えよ。

〔Sさんが作った問題〕で $P+Q$ の値が整数の2乗で表される数となる9個の数の囲み方は全部で 通りある。

先生は〔Sさんが作った問題〕をもとにして次の問題を作った。

〔先生が作った問題〕

右の図3は「かけ算九九の表」である。

n を2から9までの自然数とし、図3において、かけられる数とかける数を除く81個の数の中から、縦と横がともに n マスの正方形の枠を用いて、1マスに1個の数が入るように n^2 個の数を囲むことを考える。

囲んだ n^2 個の数の四すみの数について、左上の数と右下の数の和をP、右上の数と左下の数の和をQとしたとき、 $P-Q$ の値を求める。

例えば $n=4$ のとき左上の数が1、右上の数が4となるように16個の数を囲んだ場合、 $P-Q=(1+16)-(4+4)=9=3^2$ となる。

また $n=5$ のとき左上の数が10、右上の数が18となるように25個の数を囲んだ場合、 $P-Q=(10+54)-(18+30)=16=4^2$ となる。

図3で示した「かけ算九九の表」の中の数を縦と横がともに n マスの正方形の枠を用いて囲むとき、 $P-Q=(n-1)^2$ となることを確かめなさい。

かけられる数	かける数								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	2	4	6	8	10	12	14	16
	3	3	6	9	12	15	18	21	24
	4	4	8	12	16	20	24	28	32
	5	5	10	15	20	25	30	35	40
	6	6	12	18	24	30	36	42	48
	7	7	14	21	28	35	42	49	56
	8	8	16	24	32	40	48	56	64
	9	9	18	27	36	45	54	63	81

② 〔先生が作った問題〕で、縦と横がともに n マスの正方形の枠を用いて囲んだ n^2 個の数の四すみの数のうち、左上の数のかけられる数を a 、かける数を b とする。このとき、左上の数、右上の数、左下の数、右下の数をそれぞれ a 、 b 、 n を用いた式で表し、 $P-Q=(n-1)^2$ となることを証明せよ。

大問2 ある中学校でKさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔Kさんが作った問題〕

a, b, c を正の数とする。

右の図で四角形ABCDは長方形で、

$AB = a$ cmである。

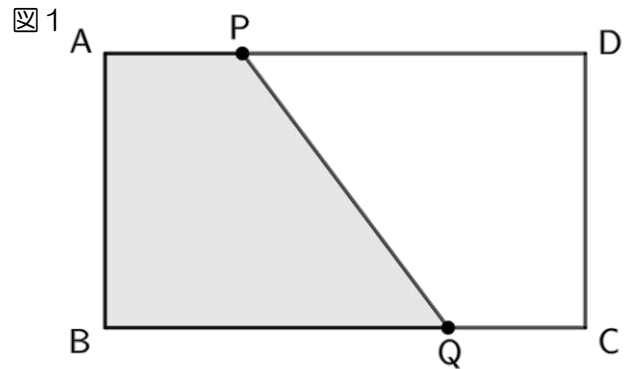
点Pは辺AD上にある点で、 $AP = b$ cm

$PD = c$ cmである。

点Qは辺BC上にある点で、 $AP = CQ$ である。

点Pと点Qを結んでできる四角形ABQPの面積を S cm²とすると、

S を a, b, c を用いて表してみよう。



Lさんは〔Kさんが作った問題〕の答えを次の形の式で表した。Lさんの答えは正しかった。

〈Lさんの答え〉 $S = \frac{1}{2}a(\quad)$

① 〈Lさんの答え〉の $\quad$ に当てはまる式を書け。

先生は〔Kさんが作った問題〕をもとにして次の問題を作った。

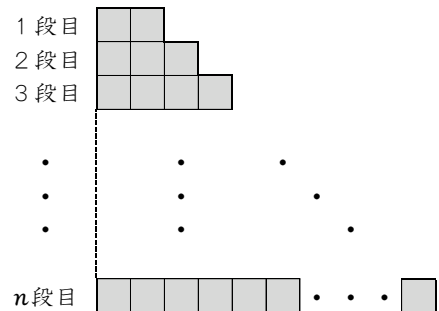
〔先生が作った問題〕

右の図のように1段目に2枚、2段目に3枚、3段目に4枚と、1辺の長さが1cmの正方形の紙を1枚ずつ増やし、 n 段目まで隙間なく並べてできる図形を考える。

この図形の面積を T cm²とすると、

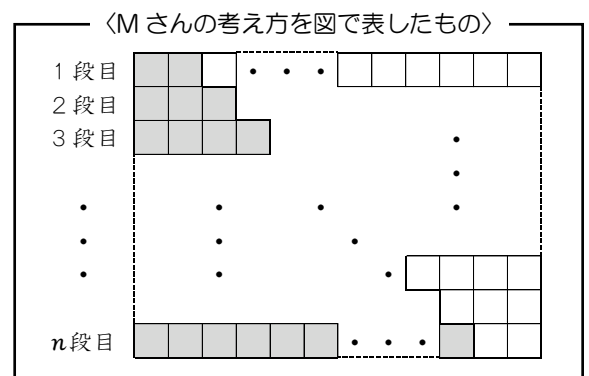
$T = \frac{1}{2}n(n+3)$ となることを示しなさい。

図2



〔先生が作った問題〕で、Mさんは自分の考え方を右のような図で表し、

$T = \frac{1}{2}n(n+3)$ となることを示した。



② Mさんの考え方を文章で表し、Mさんの考え方をういて、 $T = \frac{1}{2}n(n+3)$ となることを示せ。

大問2 ある中学校でSさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

〔Sさんが作った問題〕

右の図は、縦と横がともに4マスである正方形のそれぞれのマスに、左上から、自然数を1から順に1つずつ書いた表である。

図1において、1, 5, 9のように連続して縦に並んだ3つの数を選び、選んだ3つの数の和であるPを考える。

Pが4の倍数になる選び方は全部で何通りあるか考えてみよう。

図1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

- ① 〔Sさんが作った問題〕で、Pが4の倍数になる選び方は全部で何通りあるか。

先生は〔Sさんが作った問題〕をもとにして次の問題を作った。

〔先生が作った問題〕

右の図2は、縦と横がともに5マスである正方形のそれぞれのマスに、左上から、自然数を1から順に1つずつ書いた表である。

図1, 図2において、連続して縦に並んだ3つの数を選び、中央の数の2乗から他の2つの数の積を引いたときの差であるQを考える。

図2

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

図1において選んだ3つの数が、

1, 5, 9の場合、 $Q=5^2-1\times 9=16=4^2$ となり、

6, 10, 14の場合、 $Q=10^2-6\times 14=16=4^2$ となる。

図2において選んだ3つの数が、

3, 8, 13の場合、 $Q=8^2-3\times 13=25=5^2$ となり、

15, 20, 25の場合、 $Q=20^2-15\times 25=25=5^2$ となる。

nを3以上の整数として、縦と横がともにnマスである正方形のそれぞれのマスに、左上から、自然数を1から順に1つずつ書いた表において、連続して縦に並んだ3つの数を選び、中央の数の2乗から他の2つの数の積を引いたときの差であるQを考えると、 $Q=n^2$ となることを確かめなさい。

- ② 〔先生が作った問題〕で、 $Q=n^2$ となることを証明せよ。

大問2 ある中学校で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

[Sさんが作った問題]

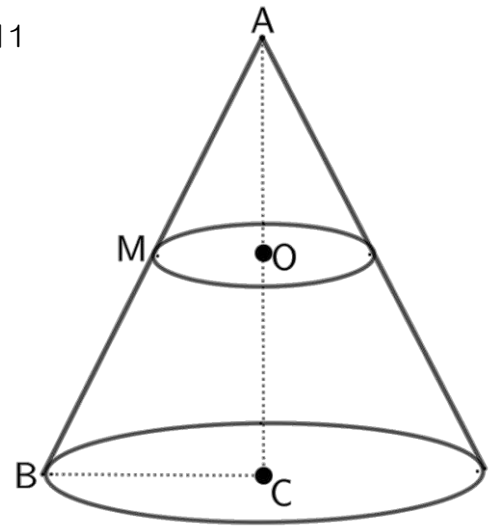
ℓ を正の数とする。

右の図1に示した立体は、 $\angle ACB=90^\circ$ の
直角三角形ABCを、辺ACを通る直線を軸として
1回転させたときにできる円すいである。

辺ABの中点をMとし、点Mを通り底面に平行な
平面と円すいが交わってできる円の中心をOとする。
円Oの周りの長さを ℓ cm、線分ABを母線とする
円すいの側面積を P cm²とする。

AB=9 cm、 $\ell=4\pi$ cmのとき、Pの値を
求めてみよう。

図1



① [Sさんが作った問題]、Pの値を求めよ。ただし、円周率はとする。

先生は、[Sさんが作った問題]をもとにして、次の問題を作った。

[先生が作った問題]

a, ℓ を正の数とする。

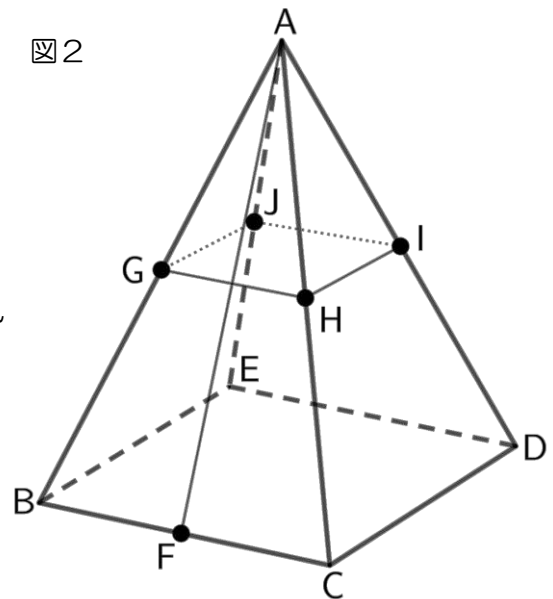
右の図2に示した立体A-BCDEは、
底面BCDEが正方形で、AB=AC=AD=AEの
正四角すいである。

辺BCの中点をFとし、頂点Aと点Fを結ぶ。

辺AB, 辺AC, 辺AD, 辺AEの中点をそれぞれ
G, H, I, Jとし、点Gと点H, 点Hと点I,
点Iと点J, 点Jと点Gをそれぞれ結ぶ。

AF=a cm, $GH+HI+IJ+JG=\ell$ cm,
立体A-BCDEの側面積を Q cm²とすると、
 $Q=a\ell$ となることを確かめなさい。

図2



〔問2〕[先生が作った問題]で、 $Q=a\ell$ となることを証明せよ。

大問2 ある中学校で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

[Sさんが作った問題]

2けたの自然数 P において、十の位の数 a 、一の位の数 b をもとする。 a と b を足した数を9で割ったときの余りを n とする。

$n=0$ となる2けたの自然数 P は、全部で何個あるか考えてみよう。

① [Sさんが作った問題]で、 $n=0$ となる2けたの自然数 P は、全部で何個あるか。

先生は、[Sさんが作った問題]をもとにして、次の問題を作った。

[先生が作った問題]

2けたの自然数 P において、十の位の数 a 、一の位の数 b とする。 a と b を足した数を Q とする。

P と Q をそれぞれ9で割ったときの余りについて考える。

例えば、 $P=39$ のとき、39を9で割ったときの商は4、余りは3である。このとき $Q=3+9=12$ となるから、12を9で割ったときの商は1、余りが3となり、 P と Q をそれぞれ9で割ったときの余りが等しくなる。

また、 $P=62$ のとき、62を9で割ったときの商は6、余りは8である。このとき $Q=6+2=8$ となるから、8を9で割ったときの商は0、余りが8となり、 P と Q をそれぞれ9で割ったときの余りが等しくなる。

2けたの自然数 P を9で割ったときの商を m 、余りを n とするとき、 Q を9で割ったときの余りが n となることを確かめなさい。

② [先生が作った問題]で、 P を、 a と b を用いた式と、 m と n を用いた式の2通りの方法で表し、 Q を9で割ったときの余りが n となることを証明せよ。

大問2 ある中学校で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

[Sさんが作った問題]

右の図1のように、9つの正方形の枠内に文字a, b, c, d, e, f, g, h, iを書いた表がある。

図1において、連続する9つの自然数を小さい方から順に、a, b, c, d, e, f, g, h, iにそれぞれ代入する。

右の図2は、図1において、1から始まる連続する9つの自然数をそれぞれ代入した場合を表しており、右の図3は、図1において、2から始まる連続する9つの自然数をそれぞれ代入した場合を表している。

図1において、連続する9つの自然数を小さい方から順に、a, b, c, d, e, f, g, h, iにそれぞれ代入するとき $a + e + i = 30$ となるeの値を調べてみよう。

図1

a	b	c
d	e	f
g	h	i

図2

1	2	3
4	5	6
7	8	9

図3

2	3	4
5	6	7
8	9	10

① [Sさんが作った問題], $a + e + i = 30$ となるeの値を求めよ。

先生は、[Sさんが作った問題]をもとにして、次の問題を作った。

[先生が作った問題]

図1において、PとQをそれぞれ、 $P = b \times h + d \times f$, $Q = a \times i + c \times g$ とする。

図2で、PとQはそれぞれ、 $P = 2 \times 8 + 4 \times 6 = 40$, $Q = 1 \times 9 + 3 \times 7 = 30$ であり、このとき、 $P - Q = 10$ となる。

また、図3で、PとQはそれぞれ、 $P = 3 \times 9 + 5 \times 7 = 62$, $Q = 2 \times 10 + 4 \times 8 = 52$ であり、このときも、 $P - Q = 10$ となる。

図1において、連続する9つの自然数を小さい方から順に、a, b, c, d, e, f, g, h, iにそれぞれ代入するとき、連続する9つの自然数がどの数から始まる場合でも、 $P - Q = 10$ となることを確かめなさい。

② [先生が作った問題]で、a, b, c, d, f, g, h, iをそれぞれeを用いて表し、 $P - Q = 10$ となることを証明せよ。

大問2 ある中学校の数学の授業で、Sさんが作った問題をみんなで考えた。

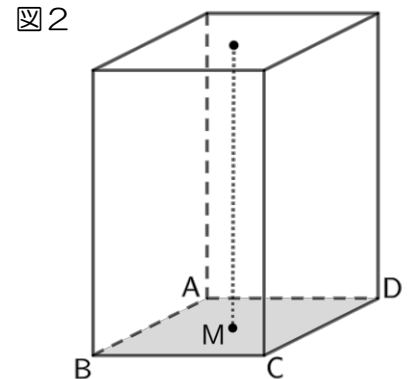
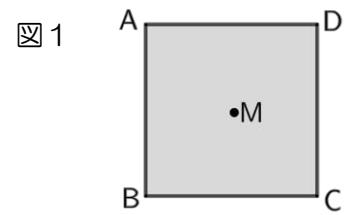
次の各問に答えよ。

[Sさんが作った問題]

a, h を正の数とする。右の図1で、四角形 ABCD は
1 辺の長さが a cm の正方形である。

四角形 ABCD の 2 つの対角線の交点を M とする。
右の図2に示した立体は、図1の四角形 ABCD を、
四角形 ABCD と垂直な方向に、一定の距離だけ平行に
動かしてできた直方体を表している。

点 M が動いてできた線分の長さを h cm、この立体の
体積を P cm^3 とするとき、体積 P を a, h を用いた式で表せ。



① [Sさんが作った問題]で、 P を a, h を用いた式で表せ。

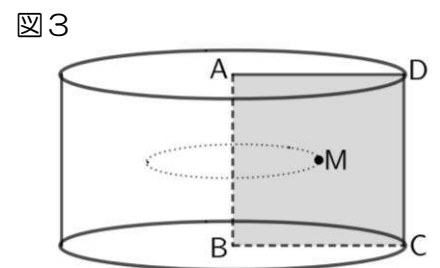
先生は、[Sさんが作った問題]をもとにして、次の問題を作った。

[先生が作った問題]

a, ℓ を正の数とする。

右の図3に示した立体は、図1の四角形 ABCD を、
頂点 A, B を通る直線を軸として 1 回転させてできた
円柱を表している。

点 M が動いてできた円の周の長さを ℓ cm、
この立体の体積を V cm^3 とするとき、 $V = a^2 \ell$ となることを確かめなさい。



② [先生が作った問題]で、 V , ℓ をそれぞれ a を使って表し、 $V = a^2 \ell$ となることを
証明せよ。ただし、円周率 π はとする。

大問2 ある中学校の数学の授業で、次の問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

[みんなで考えた問題]

図1

右の図1は、平成21年2月のカレンダーで、
曜日と日にちだけを示したものである。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

図1において、同じ曜日で連続して縦に並んだ2つの日にちを表す数を で囲み、同じ週で連続して横に並んだ2つの日にちを表す数を で囲む。

で囲んだ2つの数の和をA、 で囲んだ2つの数の和をBとする。

図2

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

右の図2は、図1において、日にちを表す数を と で囲んだ1つの例で、このときのAとBはそれぞれ、

$$A=1+8=9,$$

$$B=19+20=39 \text{ となる。}$$

図1において、 $A=B$ となる場合は全部で何通りあるか調べてみよう。

① [みんなで考えた問題] で、 $A=B$ となる場合は全部で何通りあるか。

Sさんは、[みんなで考えた問題] をもとにして、次の問題を作った。

[Sさんが作った問題]

図1において、同じ曜日で連続して縦に並んだ3つの日にちを表す数を で囲み、同じ週で連続して横に並んだ3つの日にちを表す数を で囲む。

で囲んだ3つの数を小さい方から順に a, b, c とし、 a, b, c の和をP、 で囲んだ3つの数を小さい方から順に d, e, f とし、 d, e, f の和をQとする。

右の図3は、図1において、日にちを表す数を と で囲んだ1つの例で、

図3

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

このときのPとQはそれぞれ、

$$P=13+20+27=60,$$

$$Q=9+10+11=30 \text{ となる。}$$

図1において、 $P=Q$ のとき、 $b=e$ となることを確かめてみよう。

② [Sさんが作った問題] で、 $P=Q$ のとき、 $b=e$ となることを証明せよ。

大問 2 ある中学校の数学の授業で、S さんがつくった問題を皆で考えた。次の各問に答えよ。

[S さんがつくった問題]

連続する 3 つの自然数を考え、小さい方から順に 2 つの自然数の和を求める式を左辺、残りの 1 つの自然数を右辺とし、両辺が等しくなる場合を 1 番目の等式とする。

次に、1 番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が 1 つずつ増えるように、連続する 5 つの自然数を考え、小さい方から順に 3 つの自然数の和を求める式を左辺、残りの 2 つの自然数の和を求める式を右辺とし、両辺が等しくなる場合を 2 番目の等式とする。

さらに、2 番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が 1 つずつ増えるように、連続する 7 つの自然数を考え、小さい方から順に 4 つの自然数の和を求める式を左辺、残りの 3 つの自然数の和を求める式を右辺とし、両辺が等しくなる場合を 3 番目の等式とする。

このとき、1 番目の等式、2 番目の等式、3 番目の等式は次のようになる。

$$1+2=3 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 番目の等式}$$

$$4+5+6=7+8 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 番目の等式}$$

$$9+10+11+12=13+14+15 \quad \dots\dots 3 \text{ 番目の等式}$$

同様に、4 番目以降の等式をつくることことができる。5 番目の等式をつくってみよう。

- ① [S さんがつくった問題] で、5 番目の等式において、連続する自然数のうち、もっとも小さい自然数と、もっとも大きい自然数をそれぞれ求めよ。

先生は、[S さんがつくった問題] をもとにして、次の問題をつくった。

[先生がつくった問題]

連続する 3 つの自然数を考え、小さい方から順に 2 つの自然数をそれぞれ 2 乗した和を求める式を左辺、残りの 1 つの自然数の 2 乗を右辺とし、両辺が等しくなる場合を 1 番目の等式とする。1 番目の等式は $3^2 + 4^2 = 5^2$ となる。

次に、1 番目の等式の左辺と右辺の自然数の個数が 1 つずつ増えるように、連続する 5 つの自然数を考え、小さい方から順に 3 つの自然数をそれぞれ 2 乗した和を求める式を左辺、残りの 2 つの自然数をそれぞれ 2 乗した和を求める式を右辺とし、両辺が等しくなる場合を 2 番目の等式とする。2 番目の等式をつくってみよう。

T さんは、[先生がつくった問題] で、2 番目の等式を次の形の式で表し、 $\square$ の中に連続する 5 つの自然数を当てはめた。T さんの答えは正しかった。

<T さんの答え> $\square^2 + \square^2 + \square^2 = \square^2 + \square^2$

- ② <T さんの答え> の $\square$ に当てはまる自然数のうち、もっとも小さい自然数を求めよ。
ただし、もっとも小さい自然数を n とおき、解答欄には答えだけではなく、
答えを求める過程がわかるように途中の式や計算なども書け。